

MAT-331. Prova 1. 19/09/2019

Questão 1 (2,5 pontos). Mostre que para todo conjunto X , seu subconjunto $Y = \{Z \in X : Z \notin Z\}$ não pode pertencer a X . (Argumente por contradição.)

Questão 2 (2,5 pontos). Mostre que $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$. (Para mostrar isso, mostre que ambos têm os mesmos elementos.)

Questão 3 (2,5 pontos). Dada uma função $h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, mostre que existe uma função $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, tal que

$$\forall n \in \mathbb{N}, f(n) = \sum_{k=0}^n h(k).$$

(Use o Teorema da Recursão.)

Questão 4 (2,5 pontos). Mostre por Indução que

$$\forall n \in \mathbb{N}, \sum_{k=0}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}.$$