MAT2352 - Cálculo para Funções de Várias Variáveis II - IMEUSP
Primeira Prova - 17 e 18/10/2020
Professora Cláudia Cueva Candido

Justifique suas afirmações.

1. (2,0 pontos) Seja γ a curva obtida como intersecção das superfícies $z = y^2 + 1$ e $x^2 + y^2 = 1$, orientada de modo que sua projeção no plano xOy seja percorrida uma vez no sentido anti horário.

   (a) Defina uma parametrização de classe C^1 para γ; esboce as superfícies dadas e a imagem da curva com indicação do sentido de percurso.

   (b) Calcule $\displaystyle\int_\gamma x^2\,dx + x\,dy + \,dz$.

2. (2,5) Em cada item, esboce o domínio de integração, dê tratamento adequado e calcule a integral.

   (a) $\int_0^2 \int_{x^3}^8 x^2 e^{y^2}\,dy\,dx$

   (b) $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2 - 1}\,dxdy$, onde D é a região contida no setor dado por $-x \leq y \leq x$, com $y \geq 0$, e é limitada pelas circunferências de raios 3 e 4 centradas em $(0, 0)$.

3. (2,5) Seja $\vec{F}$ o campo no $\mathbb{R}^2$ dado por $\vec{F}(x, y) = (\cos x^4 - y^2 e^x, x^2 - 2ye^x + 2xy)$. Calcule $\displaystyle\int_\gamma \vec{F} \cdot d\vec{r}$, onde γ é o arco da curva $x^2 + y^2 = y$, no semiplano $x \geq 0$, orientada do ponto $(0, 0)$ ao ponto $(0, 1)$.

4. (3,0) Escolha 3 entre os 4 itens abaixo e calcule:

   (a) O trabalho realizado pelo campo $\vec{F}(x, y) = (y + \operatorname{sen}(x^2)\vec{i} + (2x + \ln(1 + y^2)\vec{j}$ ao longo da fronteira do retângulo $[1, 2]X[2, 4]$ orientada positivamente.

   (b) O trabalho realizado pelo campo $\vec{F}(x, y) = \dfrac{-y}{4x^2 + y^2}\,\vec{i} + \dfrac{x}{4x^2 + y^2}\,\vec{j}$ ao longo da fronteira da região $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + y^2 \leq 1\}$ orientada em sentido horário.

   (c) A massa do fio com formato da curva $\gamma(t) = (t, t^2, \frac{t^3}{3})$, $0 \leq t \leq 1$, e com densidade dada por $\delta(x, y, z) = 2x + xy$.

   (d) O volume do sólido B contido entre os planos $x = 0$ e $x = y + 1$ e tal que a projeção de B sobre o plano $y0z$ é a região D limitada pelas curvas $y - z + 2 = 0$ e $z = y^2 + 2y$.