

# MAT3120 – Cálculo III – Bacharelado Noturno

## 2ª Lista de Exercícios

1) Calcule as seguintes integrais iteradas:

- (a)  $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} e^{x^2+y^2} dy dx$
- (b)  $\int_{-a}^a \int_0^{\sqrt{a^2-y^2}} (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy$
- (c)  $\int_0^2 \int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} x^2 y^2 dx dy$
- (d)  $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} \sqrt{x^2 + y^2} dy dx$

2) Calcule as seguintes integrais duplas:

- (a)  $\iint_D xy dA$  onde  $D$  é o disco com centro na origem e raio 3.
- (b)  $\iint_R x+y dx dy$  onde  $R$  é a região à esquerda do eixo  $y$  e entre as circunferências  $x^2+y^2 = 1$  e  $x^2+y^2 = 4$ .
- (c)  $\iint_R \cos(x^2+y^2) dA$  onde  $R$  é a região acima do eixo  $x$  e dentro da circunferência  $x^2+y^2 = 9$ .
- (d)  $\iint_R \sqrt{4-x^2-y^2} dx dy$  onde  $R = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0\}$ .
- (e)  $\iint_D e^{-x^2-y^2} dx dy$  onde  $D$  é a região limitada pelo semicírculo  $x = \sqrt{4-y^2}$  e o eixo  $y$ .
- (f)  $\iint_R y e^x dA$  onde  $R$  é região do primeiro quadrante contida pelo círculo  $x^2 + y^2 = 16$
- (g)  $\iint_D x dA$  onde  $D$  é a região do primeiro quadrante compreendida entre os círculos  $x^2+y^2 = 4$  e  $x^2+y^2 = 2x$ .

3) Determine o volume dos sólidos dados.

- (a) Abaixo do parabolóide  $z = x^2 + y^2$  e acima do disco  $x^2 + y^2 \leq 9$  (disco situado no plano  $0xy$ ).
- (b) Dentro da esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 16$  e fora do cilindro  $x^2 + y^2 = 4$ .
- (c) Uma esfera de raio  $a$ .
- (d) Limitado pelo parabolóide  $z = 10 - 3x^2 - 3y^2$  e pelo plano  $z = 4$ .
- (e) Acima do cone  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  e abaixo da esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ .
- (f) Limitado pelos parabolóides  $z = 3x^2 + 3y^2$  e  $z = 4 - x^2 - y^2$ .
- (g) Dentro do cilindro  $x^2 + y^2 = 4$  e do elipsóide  $4x^2 + 4y^2 + z^2 = 64$ .

4) Determine a massa e o centro de massa da lâmina que ocupa a região  $D$  e tem função densidade  $\rho$ ; para os exercícios marcados com asterisco, determine também os momentos de inércia  $I_x$ ,  $I_y$  e  $I_0$ :

- (a)  $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 1\}$  e  $\rho(x, y) = xy^2$ .
- (b)  $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b\}$  e  $\rho(x, y) = cxy$ , onde  $a$ ,  $b$  e  $c$  são números reais positivos.
- (c)  $D$  é a região triangular com vértices  $(0, 0)$ ,  $(2, 1)$ ,  $(0, 3)$  e  $\rho(x, y) = x + y$ .
- (d)  $D$  é a região triangular com vértices  $(0, 0)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(4, 0)$  e  $\rho(x, y) = x$ .
- (e) \*  $D$  é limitada por  $y = e^x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$  e  $\rho(x, y) = y$ .
- (f)  $D$  é limitada por  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$  e  $\rho(x, y) = x$ .
- (g) \*  $D$  é limitada pela parábola  $x = y^2$ , pela reta  $y = x - 2$  e  $\rho(x, y) = 3$ .
- (h)  $D = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq \cos x, 0 \leq x \leq \pi/2\}$  e  $\rho(x, y) = x$ .
- (i)  $D$  é a parte do disco  $x^2 + y^2 \leq 1$  no primeiro quadrante e a densidade em qualquer ponto é proporcional à distância do ponto ao eixo  $x$ .
- (j) \*  $D$  é a parte do disco  $x^2 + y^2 \leq 1$  no primeiro quadrante e a densidade em qualquer ponto é proporcional ao quadrado da distância do ponto à origem.

**Todos os exercícios listados se encontram no livro “Cálculo”, Stewart; secção 15.4 e 15.5.**